3. AKIŞKAN AKIMINDA TEMEL EŞİTLİKLER

(Ref. e_makaleleri)

Akışkanlar mekaniğindeki en önemli fiziksel ilkeler kütle dengesi (veya devamlılık), mekanik enerji dengesi ve momentum dengesidir.

Kütle Dengesi

Kararlı akıştaki kütle dengesi basittir. akım sistemine giren kütlenin hızı çıkan kütlenin hızına eşittir; çünkü kararlı koşullarda kütle birikmesi veya azalması olmaz.

Akışkanın izlediği yol "akım hattı" terimiyle tanımlanır. Bir akım hattı, akan bir kütlede hayali bir eğridir; eğri üzerindeki her noktada net hız vektörü u, akım hattına teğettir. Böyle bir hattı kesen net bir akış bulunmaz. Türbülent akışta girdaplar akım hattını defalarca keserler, fakat bunların herhangi bir yöndeki net akışları sıfırdır.

Akım tüpü veya akım filamenti hayali bir borudur; duvarları arasından akan kütlede net akış bulunmaz. Tüpün duvarlarına karşı akış olmadığından, belirli bir zaman süresinde tüp içine akan akışkan kütlesinin hızı, tüpten çıkan akışkan kütlesinin hızına eşit olmalıdır. Akım tüpü Şekil-.10 da görüldüğü gibi olsun. Akışkan, tüpün S_a kesitindeki yüzeyinden girsin ve S_b kesitinden çıksın. Girişteki hız ve yoğunluk u_a ve ρ_a, çıkıştakiler u_b ve ρ_b dir. Akışkanın viskozitesinin düşük (veya potansiyel) olduğu kabul ediliyor. S_a boyunca u_a, S_b boyunca da u_b sabittir. Birim zamanda tüpe giren ve çıkan akışkan aşağıdaki eşitlikle verilir.

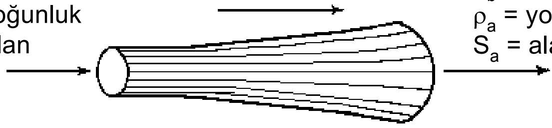
$$m = \rho_a u_a S_a = \rho_b u_b S_b \qquad (11)$$

m = akışkanın hızıdır (kütle/zaman).

Buna göre bir akım tüpünde m = sabittir.

$$m = \rho u S = sabit \qquad (12)$$

Bu eşitliğe "devamlılık" denir. Eşitlik sıkıştırılabilen ve sıkıştırılamayan akışkanlara uygulanabilir, $\rho_a = \rho_b = \rho$.



Şekil-.10: Devamlılık

Ortalama Hız

Akım tüpündeki akış potansiyel akış değil de, kayma gerilimlerinin bulunduğu bir sınır tabakası içindeyse, S_a ve S_b kesitindeki hızlar (u_a ve u_b) kesit içinde her noktada farklı olur. Bu nedenle yerel ve ortalama hız kavramları bilinmelidir.

Bir akım tüpünün kesitinde diferensiyal bir alandaki kütle akış hızı,

$$dm = \rho \, u \, dS \quad \text{dir.}$$

Tüm kesit alanındaki toplam kütle akışı, S alanını kapsayan integrasyonla bulunur.

$$m = \rho \int_S u \, ds$$

S alanı kesitinden akan tüm akımın ortalama hızı (**V**) aşağıdaki denklemle verilir.

$$\mathbf{V} \; \frac{m}{\rho S} = \frac{1}{S} \int_S u \, dS \qquad 13)$$

Denklem(12) ve (13) kıyaslanırsa sadece, S alanı içindeki tüm noktalardaki yerel hızın aynı olması halinde **V** ve u'nun birbirine eşit olabileceği görülür.

Kütle Hızı

Denklem(13) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{V} \rho = \frac{m}{S} \; G \qquad (14)$$

G kütle hızını gösterir ve kütle akış hızının kanal kesitine bölünmesiyle hesaplanır. Birimi pound/sn.ft^2 (g/sn.cm^2) dir.

Akış kararlı (m = sabit) ve kesit değişmiyorsa (S = sabit), G sıcaklık ve basınca bağlı değildir. Bu özellik daha çok sıkıştırılabilen akışkanlar durumunda önemlidir; bunlarda **V** ve ρ, sıcaklık ve basınçla değişir. Kütle hızı G nin bir başka tanımı da kütle akım yoğunluğu veya kütle akısıdır; akı, birim alandan birim zamanda geçen herhangi bir miktardır.

ÖRNEK:

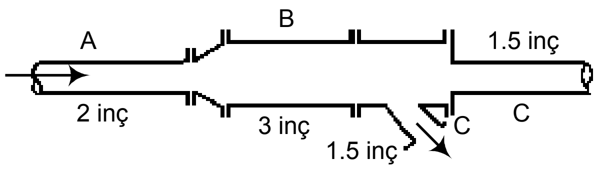
Ham petrol (öz ağırlığı, 60/60 ^{0}F da 0.887) aşağıdaki şekilde görülen borudan akmaktadır. A borusu 2 in., B borusu 3 in. ve C boruları 1.5 in.liktir (40 shc); C lerden eşit miktarda akım akmaktadır. A daki akım 30 gal/dak (30 x 3.785 lt/dak.) dır.

(a) Her borudaki kütle akış hızını (lb/saat ve kg/sa),

(b) Her borudaki ortalama dorusal hızı (ft/sn),

(c) Her borudaki kütle hızını (lb/ft^2.s) hesaplayın.

Boruların boyutları ve kesitleri Ek-4 teki tablodan bulunur; 40 sch



2 in. boru için kesit alanı = 0.0233 ft^2

3 in. boru için kesit alanı = 0.0513 ft^2

1.5 in. boru için kesit alanı = 0.01414 ft^2 dir.

(1 ft = 30.48 cm, 1 lb = 0.454 kg, 1 g/cm^3 = 62.37 lb/ft^3, 1 ft^3 = 7.48 gal = 28.316 l)

a. Her borudaki kütle akış hızının hesaplanması.

Akışkanın yoğunluğu:

$$\rho = 0.887 \text{ g/cm}^3 \text{ , veya } \rho = 0.887 \times 62.37 = 55.3 \text{ lb/ft}^3$$

Toplam volumetrik akış hızı:

$$q = \frac{30 \times 60}{7.48} = 240.7 \text{ ft}^3\text{/sa}, \qquad q = \frac{30 \times 28.316 \times 60}{7.48} = 6814 \text{ lt/sa}$$

A ve B borularındaki kütle akış hızı yoğunluk x volumetrik akış hızına eşittir:

$m = 240.7 \times 55.3 = 13300$ lb/sa,

$m = 6814 \times 0.887 = 6044$ kg/sa

C borularından geçen kütle akış hızı, toplam akış hızının yarısına eşittir.

$$m_{(c\ borusu)} = \frac{13300}{2} = 6650 \text{ lb/sa}, \qquad m_{(c\ borusu)} = \frac{6044}{2} = 3022 \text{ kg/sa}$$

b. Her borudaki ortalama doğrusal hızın hesaplanması için Denklem(13) kullanılır.

$$\mathbf{V} = \frac{m}{\rho S} = \frac{1}{S} \int_S u \, dS$$

A boyunca hız, $\mathbf{V}_A$:

$$\mathbf{V}_A = \frac{240.7}{3600 \times 0.0233} = 2.87 \text{ ft/sn}, \quad \text{veya}$$

$$\mathbf{V}_A = \frac{6814 \times 1000}{3600 \times 0.0233 \times (30.48)^2} = 87.44 \text{ cm/sn}$$

B boyunca olan hız, $\mathbf{V}_B$:

$$\mathbf{V}_B = \frac{240.7}{3600 \times 0.0513} = 1.30 \text{ ft/sn}, \quad \text{veya}$$

$$\mathbf{V}_B = \frac{6814 \times 1000}{3600 \times 0.0513 \times (30.48)^2} = 39.71 \text{ cm/sn}$$

C boruları boyunca hız, $\mathbf{V}_C$:

$$\mathbf{V}_C = \frac{240.7}{2 \times 3600 \times 0.01414} = 2.36 \text{ ft/sn}, \quad \text{veya}$$

$$\mathbf{V}_C = \frac{6814 \times 1000}{2 \times 3600 \times 0.01414 \times (30.48)^2} = 72.04 \text{ cm/sn}$$

c. Her borudaki kütle hızı Denklem(14)ten hesaplanır.

$$\mathbf{V}\,\rho = \frac{m}{S} = G$$

A boyunca kütle hızı, G_A:

$$G_A = \frac{13300}{0.0233} = 571\ 000\ \text{lb/ft}^2\text{.sa}, \quad \text{veya}$$

$$G_A = \frac{6044}{0.0233 \times (30.48)^2} = 279.2\ \text{kg/cm}^2\text{.sa}$$

B boyunca kütle hızı, G_B:

$$G_B = \frac{13300}{0.0513} = 259\ 000\ \text{lb/ft}^2\text{.sa}, \quad \text{veya}$$

$$G_B = \frac{6044}{0.0513 \times (30.48)^2} = 126.8\ \text{kg/cm}^2\text{.sa}$$

C boruları boyunca kütle hızları, G_C:

$$G_C = \frac{13300}{2 \times 0.01414} = 470\ 000\ \text{lb/f}^2\text{.sa}, \quad \text{veya}$$

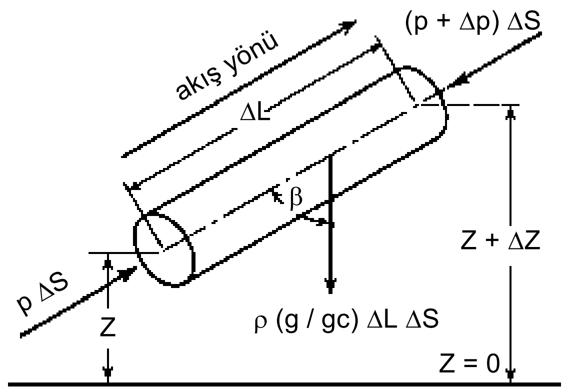
$$G_C = \frac{6044}{2 \times 0.01414 \times (30.48)^2} = 230\ \text{kg/cm}^2\text{.sa}$$

Paralel Akışta Mekanik-Enerji Dengesi, Bernoulli Denklemi

Potansiyel akım halindeki bir akışkana Newton'un ikinci hareket kanunu uygulandığında, sürtünme faktörü bulunmayan önemli bir denklem elde edilir; bu eşitliğe Bernoulli denklemi denir, Denklem, sadece mekanik-enerji terimlerinin bulunduğu özel bir enerji-dengesi denklemidir.

(Newton'un ikinci kanununu hatırlayalım: m = kütle, u = doğrusal hız, F = maddeye etki eden tüm kuvvetlerin net sonucu olduğuna göre $F \propto d(mu)/dt$ dir. mu = maddenin momentumudur. Newton hareket kanununa göre bir maddeye etki eden net kuvvet, momentum hızının zamanla değişimi ile kantitatif olarak ölçülebilir. Kütle sabitse $F = k_n\, m\, (du / dt) = k_n\, m\, a$ yazılır; $a = du / dt$ = ivme, k_n = orantı sabitidir. $k_n = 1 / g_c$, g_c = Newton kanunu dönüşüm faktörü denilen bir sabittir ve sayısal değeri $g_c = 32.174\ \text{ft.lb/lb}_f\text{.sn}^2$ dir.)

Bir akışkanın, kesit alanı sabit olan bir tüpten kararlı potansiyel bir akımla aktığını düşünelim (Şekil-.11).



Şekil-.11: Akım tüpü elementine etki eden kuvvetler.

Akım tüpünün kesit alanı ΔS, akışkanın ortalama yoğunluğu ρ, tüpün sonundaki basınç ve hız

$p + \Delta p$ ve $u + \Delta u$ olsun.

Tüp, eksene dik doğruyla β açısı yapacak bir konumda yerleştirilmiştir. Akım potansiyel rejimde olduğundan, akım tüpünün her kesitinde aynı hızda akar. Akımın geçtiği yol ΔL, bu yolu geçmek için harcanan zaman Δt dir. Akımın tümüne etki eden kuvvetler nelerdir? Tüpün silindirik bağlayıcı yüzeyine akım yönünde etki eden önemli bir kuvvet yoktur, çünkü bu yüzey üzerindeki basınç kuvvetleri akım yönüne diktir ve kayma kuvvetlerinin olmadığı kabul edilir. Akımı hızlandıran veya yavaşlatan kuvvetler,

- akım yönündeki $p \; \Delta S$ kuvveti,
- akıma zıt yöndeki $(p + \Delta p) \; \Delta S$ kuvveti,
- akıma zıt yöndeki elementin ekseni yönündeki ağırlık kuvveti bileşendir.

Ağırlık kuvveti, elementeki akışkanın kütlesi ile ağırlık ivmesi çarpımının g_c sabitine bölünmesine eşittir.

Elementin kütlesi, ortalama yoğunluk ρ ile gösterildiğinde, $\rho \; \Delta S \; \Delta L$, ağırlık kuvveti $\rho \; \Delta S \; (g/g_c) \; \Delta L$ ve akım tüpü ekseni boyunca bu kuvvetin bileşeni $\rho \; \Delta S \; (g / g_c) \cos \beta \; \Delta L$ dir.

Buna göre akım yönündeki net kuvvet yazılabilir.

$$p\,\Delta S - (p + \Delta p)\,\Delta S - \frac{\rho\, g}{g_c} (\cos\beta)\,\Delta S\,\Delta L$$

Bu kuvvet, elementin kütlesi ile ivmesi çarpımının, g_c ye bölünmesine eşittir.

$$p\,\Delta S - (p + \Delta p)\,\Delta S - \frac{\rho\, g}{g_c} (\cos\beta)\,\Delta S\,\Delta L = (\rho\Delta S\,\Delta L)\,\frac{\Delta u / \Delta t}{g_c}$$

Eşitlik basitleştirilir ve $\rho\,\Delta S\,\Delta L$ ile bölünerek aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{\Delta p}{\rho\,\Delta L} + \frac{g}{g_c}\cos\beta + \frac{1}{g_c}\,\frac{\Delta u}{\Delta t} = 0 \qquad (15)$$

ΔS ihmal edildiğinde Denklem(15) bir akım hattına uygulanabilir. Ayrıca,

$$\cos\beta = \frac{\Delta Z}{\Delta L} \qquad \text{ve,} \quad \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\Delta t}\,\frac{\Delta u}{\Delta L} = u\,\frac{\Delta u}{\Delta L}$$

olduğundan, Denklem(15) te yerine konularak,

$$\frac{1}{\rho}\,\frac{\Delta p}{\Delta L} + \frac{g\,\Delta Z}{g_c\,\Delta L} + \frac{1}{g_c}\,\frac{\Delta u}{\Delta L}\,u = 0 \qquad (16)$$

Denklem(16) daki terimlerin, $\Delta L \rightarrow$ sıfıra yaklaşırken limitleri alınır; $\rho \rightarrow \rho$ olur; ρ akım hattı üzerinde bir noktadaki yoğunluğu gösterir. Keza, basınç artış oranları, yükselme ve hız artışı da uygun diferensiyal terimlerle yazılır:

$$\frac{1}{\rho}\,\frac{dP}{dL} + \frac{g}{g_c}\,\frac{dZ}{dL} + \frac{1}{g_c}\,\frac{d\,(1/2\,u^2)}{dL} = 0 \qquad (17)$$

bu eşitlik, bir akım hattı boyunca akan potansiyel akım için Bernoulli denkleminin "nokta" şeklidir. Eşitliğin diferensiyali alınarak aşağıdaki Denklem(18) elde edilir.

$$\frac{dp}{\rho} + \frac{g}{g_c}\,dZ + \frac{1}{g_c}\;d\,(\frac{1}{2}\,u_2) = 0 \qquad (18)$$

Sıkıştırılabilen akışkanlarda ρ basınca bağlıdır. Denklem(18)in, daha fazla bilgi olmadan integrali alınamaz. Sıkıştırılamayan akışkanlar için ρ = sabit olduğundan Denklem(18) in integrasyonu mümkündür:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{g}{g_c}\,Z + \frac{u_2}{2\,g_c} = \text{sabit} \qquad (19)$$

Z = yükselkliktir. Akım hattı üzerindeki iki belirli nokta (a ve b) arasında Denklem(19) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{g\, Z_a}{g_c} + \frac{u_a^2}{2\, g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{g\, Z_b}{g_c} + \frac{u_b^2}{2\, g_c} \qquad (20)$$

a ve b, akımın boruya giriş ve çıkış noktalarını gösterir. Denklem(20), bu koşullar için Bernoulli eşitliğidir.

Bernoulli Denkleminin Tartışması

Denklem(20), sıkıştırılamayan akışkanlar için önemli bir eşitliktir. Buna göre, sürtünme olmayan bir akışta u hızı azaldığında, Z nin üzerindeki yükseklik (ΔZ), veya basınç (Δp), veya herikisi birden yükselir. Yükseklik değiştirilirse, ya basınç veya hız değişir. Bernoulli denklemindeki basınç, yükseklik, hız arasındaki birbirine dönüşebilme özelliği, bu terimlerin aynı birimlerle tanımlanması halinde anlaşılablir; bu birim,

$$\frac{\text{feet x pound (kuvvet)}}{\text{pound (akışkan kütlesi)}} = \frac{\text{ft } lb_f}{lb_m}$$

Herbir terim, 1 lb akışkan kütleye dayalı mekanik-enerji etkisini gösterir.

(g / g_c) Z, 1 lb akışkanın mekanik-potansiyel enerjisini, $(u^2 / 2\, g_c)$, 1 lb akışkanın mekanik-kinetik enerjisini; (p / ρ), akışkanı tüp içine iten kuvvetler tarafından yapılan mekanik işi veya tüpten çıkan akışkandan alınan işi tanımlar. bu nedenlerle Denklem(20), enerjinin korunumu ilkesinin özel bir yorumudur.

Bernoulli denkleminin uygulama alanı çok geniştir. Denklem, Şekil-11'le açıklanan koşullardaki bir akım hattına (akışkanın 1 hacim birimi ele alınmıştır) uygulandığı gibi, potansiyel akış halindeki bir akım tüpünde herhangi bir kesitteki hız sabit olduğundan, tüpün tümüne de uygulanır. Denklemin çıkarılmasında akım tüpünün doğrusal ve kesit alanının sabit olduğunun kabul edilmesine rağmen, enerjinin korunma ilkesi eşitliğin değişken kesit alanlı eğri akım tüplerdeki potansiyel akışlara da uygulanmasını mümkün kılar. Tüp eğri şeklindeyse, hızın yönü değişir ve Bernoulli denkleminde vektöryel hız yerine skalar (veya bileşke) hız kullanılır. Bir başka konu da bir kesit alanı içinde hız değişmelerinin bulunması ve sürtünmenin etkili olması halidir; bu durumda eşitlik, düzeltme faktörleri kullanılarak sınır-tabakası akışına uygun şekle getirilir.

Bernoulli denklemini özel problemlere uygularken, akım hattı veya akım tüpünün çok iyi tanımlanması, üst ve alt akım noktalarının belirlenmesi gerekir. a ve b noktaları basınç, hız ve yükseklik bilgilerinin en iyi bilindiği yerler olarak tercih edilir.

ÖRNEK:

Öz ağırlığı 1.15 (60 ^{0}F / 60 ^{0}F) olan tuz çözeltisi üstü açık bir tankın dibinden 2 in. lik (sch 40) standart bir boruyla boşaltılmaktadır. Boşaltma borusunun ucu, tanktaki tuz çözeltisinin yüzeyinden 15 ft aşağıdadır. Tuz çözeltisinin yüzeyinde bir akım-hattı oluştuğu, boşaltma hattının merkezinden geçerek atık noktasına ulaştığı ve akım hattı boyunca sürtünme olmadığı kabul ediliyor. Boşaltma borusundan çıktığı noktada (ve boru içinde) akımın hızı nedir (g = 32.17 ft/sn = 981 cm/sn, 1 ft = 30.48 cm).

Denklem(20)yi uygulamak için, tuz çözeltisinin yüzeyi a noktası, boşaltma noktasında akım-hattının ucu b noktası olarak alınır. Bu iki noktadaki basınçlar atmosfer basıncına eşit olduğundan, $p_a = p_b$ ve $p_a / \rho = p_b / \rho$ dur. Çözeltinin yüzeyinde u_a ihmal edilebilir düzeydedir ve $u_a^2 / 2\, g_c$ atılır. Yükseklikler $Z_b = 0$ ve $Z_a = 15$ ft tir. Bu bilgiler Bernoulli denkleminde yerine konur.

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{g\, Z_a}{g_c} + \frac{u_a^2}{2\, g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{g\, Z_b}{g_c} + \frac{u_b^2}{2\, g_c}$$

$$\frac{15\, g}{g_c} = \frac{u_b^2}{2\, g_c}$$

$$u_b^2 = 15 \times 2 \times g$$

$$u_b = \sqrt{15 \times 2 \times g} = \sqrt{15 \times 2 \times 32.17} = 31.1 \text{ ft/s}, \qquad \text{veya}$$

$$u_b = \sqrt{15 \times 30.48 \times 2 \times 981} = 947.1 \text{ cm/s}$$

Bu hız değeri sürtünme kayıpları olmadığı kabul edildiğinden akışkanın yoğunluğuna ve borunun çapına bağlı değildir.

Bernoulli Denkleminde Katı Sınırlar İçin Düzeltme

Mühendislikte karşılaşılan akışkan-akımı problemlerin çoğu, katı sınırlar nedeniyle oluşan sınır tabakalarından kaynaklanır. Borular ve diğer sistemlerden akan akışkanda tüm akım sınır-tabakası akımı şeklinde olabilir.

Bernoulli eşitliğinin bu tip akımlara uygulanabilmesi için iki düzeltmeye gereksinim vardır. Birincisi, yerel hız u nun sınır tabakasındaki konumla değişmesi dolayısıyla, kinetik-enerji teriminde bir düzeltme yapılmasıdır. İkincisi daha önemlidir ve akışkanın sürtünmesiyle ilgilidir; sürtünme sınır tabakası oluşumuyla ortaya çıkar.

Bu koşullara göre düzeltilen Bernoulli denklemi, akışkanın akmasında pompa kullanıldığında yapılan iş de dahil edilerek daha geniş kapsamlı bir hale getirilir.

a. Akımın Kinetik Enerjisi

Denklem(19)'daki $u^2 / 2\,g_c$ terimi, tümü aynı u hızında akan bir pound akışkanın kinetik enerjisini gösterir. Hız akım kesit alanında değiştiğinde kinetik enerji aşağıdaki gibi hesaplanır. ds Kesit alanındaki elementi inceleyelim. Buradaki kütle akış hızı ρ u dS dır. dS alanından akan herbir pound akışkan $u^2 / 2\,g_c$ ft.lb_f/lb kinetik enerji taşır ve dS alanındaki enerji akış hızı,

$$dE_k. = (\rho\, u\, dS)\frac{u_2}{2\,g_c} = \frac{\rho\, u^3\, dS}{2\,g_c}$$

E_k. =kinetik enerji akış hızıdır. S den toplam kinetik enerji akış hızı,

$$E_k = \frac{\rho}{2\,g_c}\, {}_S\!\int u^3\, dS \qquad (21)$$

Denklem(12) ve (14) le verilen toplam kütle akış hızı ve Denklem(21) den çıkarılan aşağıdaki eşitlik, Bernoulli denklemindeki $u^2 / 2\,g_c$ teriminin yerini alır.

$$\frac{E_k}{m} = \frac{\frac{1}{2}\,g_c\ {}_S\!\int u^3\, dS}{{}_S\!\int u\, dS} = \frac{\frac{1}{2}\,g_c\ {}_S\!\int u^3\, dS}{\mathbf{V}\, S} \qquad 22)$$

Denklem(22) deki integral, $\mathbf{V}^2 / 2g_c$ ye bağlı bir faktörle yok edilebilir; buna "kinetik enerji düzeltme faktörü" denir ve α ile gösterilir (**V** = ortalama hacim).

$$\frac{\alpha\,\mathbf{V}^2}{2\,g_c}\frac{E_k}{m} = \frac{{}_S\!\int u^3\, dS}{2\,g_c\,\mathbf{V}\, S}$$

$$\alpha = \frac{{}_S\!\int u^3\, dS}{\mathbf{V}^3\, S}$$

biliniyorsa, $u^2 / 2\, g_c$ yerine $\alpha\, V^2 / 2\, g_c$ kullanılarak ortalama hızdan kinetik enerji hesaplanabilir. Denklem(23) ten α yı bulmak için yerel hızın (kesit alandaki yerleşimin fonksiyonu olarak) bilinmesi gerekir.

Aynı hız dağılım bilgisi, Denklem(13) teki **V** yı hesaplamak için de zorunludur.

b. Sürtünmeli Akış

Sürtünme, mekanik enerjinin ısıya dönüşmesiyle kendini gösterir. Sürtünmeli akışta,

$$\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2\, g_c} + \frac{g}{g_c} Z$$

ifadesi, bir akış hattı boyunca sabit kalmaz (Denklem-19 un tersine), fakat akış yönünde daima azalır ve enerjinin korunumu ilkesi gereği, mekanik enerji kaybına eşit miktarda ısı enerjisi açığa çıkar. Akışkan sürtünmesi, bir akımda, herhangi bir miktar enerjinin ısıya dönüşmesi olarak tarif edilir.

Sıkıştırılamayan akışkanlar için Bernoulli Denkleminde (Denklem-20) sağ tarafa bir terim (h_f) ilave edilir. Böylece, kinetik enerji faktörleri α_a ve α_b nin de katılmasıyla Denklem(20) aşağıdaki şekli allır.

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{g\, Z_a}{g_c} + \frac{\alpha_a\, \mathbf{V}_a^2}{2\, g_c} = \frac{p_b}{\rho} + \frac{g\, Z_b}{g_c} + \frac{\alpha_v\, \mathbf{V}_b^2}{2\, g_c} + h_f \qquad (24)$$

Bu denklemdeki h_f ve diğer tüm terimlerin birimi enerji/kütle dir. h_f, birim kütle akışkandan a ve b noktaları arasında doğan tüm sürtünmeleri içerir. Bu terim eşitlikteki diğer terimlerden iki yönden farklıdır:

(1) Mekanik terimleri, a (giriş) ve b (çıkış) gibi özel "konumlardaki" koşulları tanımlar. Oysa h_f, a ve b "arasında" tüm noktalardaki mekanik enerji kaybını gösterir.

(2) Sürtünme, mekanik-enerji değerleriyle birbirine dönüştürülemez. h_f nin işareti Denklem(24) te görüldüğü gibi, daima pozitiftir (potansiyel akışta sıfırdır).

Sürtünme sınır tabakasında olur. Çünkü Laminer ve türbülent akışlardaki hız dalgalanmalarını sürdüren kayma kuvvetleri iş yapar ve yapılan iş, viskoz etkisiyle ısıya dönüştürülür. Ayrılmamış sınır tabakasında oluşan sürtünmeye "duvar=kabuk (skin) sürtünmesi" denir. Sınır tabakaları ayrılıp iz hali meydana geldiğinde ilave enerji kaybı olur, bu "şekil (form) sürtünmesi" dir; katı sınırın konumuna ve şekline bağlıdır. Şekil-8a daki hal tümüyle duvar sürtünmesi, 8b deki ise şekil sürtünmesidir (duvar sürtünmesi önemsizdir). Denklem(24) deki h_f, iki sürtünme tipini de içerir.

c. Bernoulli Eşitliğinde Pompa İşi

Akışkanın mekanik enerjisini artırarak akımı sürdürmek için pompa kullanılır. Denklem(24)le tanımlanan bir akım sisteminde a ve b noktaları arasına bir pompa konulsun. Pompaya verilen iş şaft işi W_s dir. Pompanın işi W_p,

$$W_p = -\frac{W_s}{M}$$

Bernoulli eşitliği sadece bir mekanik enerji dengesi olduğundan, pompada meydana gelen sürtünme dikkate alınmalıdır. Gerçek bir pompada sadece akışkan sürtünmesi değil, mekanik sürtünme de vardır (yataklarda, pistonlarda).

h_{fp} = (toplam sürtünme / pound akışkan),

$W_p - h_{fp}$ = akışkana verilen net

Uygulamada h_{fp} yerine η ile tanımlanan "pompa verimi" terimi kullanılır.

$W_p - h_{fp}\ \eta\ W_p$,   veya

$$\eta = \frac{W_p - h_{fp}}{W_p} \qquad (25)$$

Akışkana verilen mekanik enerji $\eta\ W_p$ dir; burada $\eta < 1$ dir.. Denklem(24) pompa işine göre düzeltildiğinde aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{g\,Z_a}{g_c} + \frac{\alpha_a\,\mathbf{V}_a^2}{2\,g_c} + \eta\,W_p = \frac{p_b}{\rho} + \frac{g\,Z}{g_c} + \frac{\alpha_v\,\mathbf{V}_b^2}{2\,g_c} + h_f \qquad (26)$$

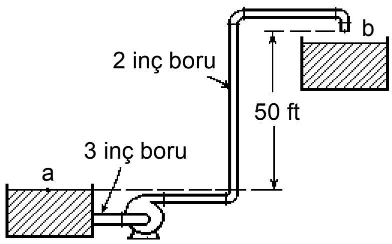
ÖRNEK:

Şekil-.12'de görülen sistemde öz ağırlığı 1.84 olan bir çözelti, depo tankından bir pompayla 3 in. lik (Sch 40) çelik bir boruyla çekilmektedir. Pompanın verimi %60, emme hattındaki hız 3 ft/sn dir. Pompa çıkışı 2 in.lik (40 sch) bir boruya bağlanmıştır ve çözelti, besleme tankı seviyesinden 50 ft yükseğe basılmaktadır. Tüm boru sistemindeki sürtünme kayıpları 10 ft.lb_f / lb dir. Pompanın basıncı ne olmalıdır ($p_p - p_b$, lb_f / in^2) ?. Pompanın beygir gücü nedir (P, h_p)?.

Kesit alanları:

3 in boru için 0.0513 ft^2 2 in boru için 0.0233 ft^2 dir.

α =1 alınabilir 1 g/cm^3 = 62.37 lb/ft^3 g_c = 32.17 $ft.lb/lb_f.sn^2$.



Şekil-.12: Örnek problem-deki sistem

Çözümde Denklem(26) kullanılır. Depo tankındaki sıvı seviyesi a noktası, 2 inclik borunun boşaltma ucu b noktası olarak alınır. Her iki noktadaki basınç atmosferik olduğundan, $p_a = p_b$ dir. a daki hız ihmal edilebilir, çünkü tankın çapı borunun çapına göre çok büyüktür. Kinetik enerji faktörü α = 1 alınır (önemli bir hata olmaz). 1 ft = 0.3048 m, lb/in^2 = 0.06084 atm = 0.07031 kg/cm^2 dir.

fps (feet, pound, saniye) sistemi birimleriyle çözüm:

$$\frac{p_a}{\rho} + \frac{g\,Z_a}{g_c} + \frac{\alpha_a \mathbf{V}_a^2}{2\,g_c} + \eta\, W_p = \frac{p_b}{\rho} + \frac{g\,Z_b}{g_c} + \frac{\alpha_b \mathbf{V}_b^2}{2\,g_c} + h_f$$

$p_a = p_b$, $\mathbf{V}_a = 0$, $Z_a = 0$, $\alpha = 1$ olduğuna göre,

$$W_p\,\eta = \frac{g\,Z_b}{g_d} + \frac{\mathbf{V}_b^2}{2\,g_c} + h_f$$

2 in. lik borudaki hız, $\mathbf{V}_b$ = ?

$$\mathbf{V}_b = \frac{3 \times 0.0513}{0.0233} = 6.61 \text{ ft/sn}$$

$$W_p \times 0.60 = 50\,\frac{g}{g_c} + \frac{(6.61)^2}{64.34} + 10 = 60.68$$

$$W_p = \frac{60.68}{0.60} = 101.1 \text{ ft.lb}_f \,/\, \text{lb}$$

mks (metre, kilogram, saniye) sistemi birimleriyle çözüm:

2 in.lik borudaki hız, $\mathbf{V}_b$ = ?

$$\mathbf{V}_b = \frac{3 \times 0.3048 \times 0.0513}{0.0233} = 2.013 \text{ m/sn}$$

$$W_p\,\eta = \frac{g\,Z_b}{g_c} + \frac{\mathbf{V}_b^2}{2\,g_c} + h_f$$

mks sisteminde g_c = 1 alınır. Eşitliğin iki tarafı g_c ile bölünerek tüm birimler m ye dönüştürülür.

$$W_p\,\eta = g\,Z_b + \frac{\mathbf{V}_b^2}{2} + h_f = Z_b\,(0.3048) + \frac{\mathbf{V}_b^2}{2} + h_f\,(0.3048)$$

$$W_p\,\eta = 50 \times 0.3048 + (2.013)^2 / 2 + 10 \times 0.3048 = 18.5 \text{ m}$$

$$W_p = 18.5 / 0.60 = 30.83 \text{ m}$$

a. Pompanın yarattığı basınç:

Denklem(26) pompa için yazılarak basınç hesaplanır; a=emme bağlantısındaki nokta, b = boşaltma noktasıdır. Emme ve boşaltma arasındaki seviye farkı ihmal edilir; bu durumda $Z_a = Z_b$ dir; Denklem(26) aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{p_b - p_a}{\rho} = \frac{\mathbf{V}_a^2 - \mathbf{V}_b^2}{2\,g_c} + W_p\,\eta$$

Pompanın yarattığı basınç = $p_b - p_a$:

$$p_b - p_a = 1.84 \times 62.37\,\left(\frac{3^2 - 6.61^2}{2 \times 32.17} + 60.68\right) \qquad p_b - p_a = 6913 \text{ lb}_f / \text{ft}^2,$$

$$p_b - p_a = \frac{6913}{144} = 48.0 \text{ lb}_f / \text{in}^2$$

b. Pompanın kullandığı güç = P:

W_p ile kütle akış hızı çarpımının dönüşüm faktörüne bölünmesiyle bulunur; dönüşüm faktörü, 1 hp = 550 ft lb_f / sn dir. Kütle akış hızı,

$$m = 0.0515 \times 3 \times 1.84 \times 62.37 = 17.66 \text{ lb/sn}$$

$$P = \frac{m\,W_p}{550} = \frac{17.66 \times 101.1}{550} = 3.25 \text{ h}_p$$