1. KATILARDA ISI AKIŞI; KONDÜKSİYONLA ISI TRANSFERİ

(Ref. e_makaleleri)

Kimya mühendislerince yürütülen çalışmaların çoğu, enerjinin ısı şeklinde üretimi veya absorblanmasıyla ilgilidir. Bu nedenle ısı transferi kanunları ve ısı akışını kontrol eden cihazlar çok önemlidir. Bu bölümde ısı transferi ve proses mühendisliğindeki uygulamaları üzerinde durulacaktır.

Farklı sıcaklıklardaki iki madde birbiriyle temas ettiklerinde, daha sıcak olandan daha soğuk olana ısı akar. Net ısı akışı daima sıcaklık düşmesi yönündedir. Isı akışı üç mekanizma üzerinden olabilir: (a) kondüksiyonla (temasla), (b) konveksiyonla (hareket yoluyla) , (c) radyasyonla (ışın yoluyla).

a. Kondüksiyonla Isı Transferi

Sürekli bir maddede sıcaklık farklılıkları varsa, herhangi bir hareket gözlenmeden ısı akışı meydana gelir. Bu tür ısı akışına moleküler iletim veya sadece iletim denir. İletim moleküler boyuttadır ve mekanizması, herbir molekülün momentumunun sıcaklık farklılığı boyunca taşınmasına dayanır. Örneğin, bir tüpün metal duvarının veya bir fırının tuğla duvarının ısınması bu tür bir mekanizmayla gerçekleşir.

b. Konveksiyonla Isı Transferi

Bir akışkan özel bir yüzeyden geçtiğinde, beraberinde bir miktar entalpi taşır. Taşınan bu entalpi akımına, ısının konveksiyonla akışı denir. Konveksiyon makroskopik bir olaydır ve sadece akışkana bazı kuvvetlerin etki etmesi ve akışkanın bu sürtünme kuvvetlerine karşı hareketini hala devam ettirmesi durumunda gerçekleşebilir. Konveksiyon, akışkan mekanikleri ile yakın ilişki içindedir. Termodinamik anlamda konveksiyon, ısı akışı olarak değil entalpi akışı şeklinde yorumlanır. Oysa konveksiyonun ısı akışı terimiyle tanımlanması uygundur, çünkü pratikte konveksiyon ve kondüksiyon yoluyla ısı transferini birbirinden ayırmak çoğu kez zordur. Konveksiyon ile ısı iletimine örnek olarak, türbülent akışta oluşan karışmayla entalpi transferi ve bir radyatörden sağlanan sıcak hava akışı gösterilebilir.

Akışkanlarda konveksiyon yaratan kuvvetler iki tiptir. Akma olayı, yoğunluk farklılığından doğan yüzdürme kuvvetleri sonunda oluşabilir; yoğunluğun farklılaşması, akışkan içinde sıcaklık dalgalanmalarına yol açar ve "doğal konveksiyon" denilen etki meydana gelir. Doğal konveksiyona örnek, ısıtılan bir radyatörün önünden sıcak havanın akmasıdır. Akımın hareketi, bir pompa veya bir karıştırıcı gibi mekanik yöntemlerle kontrol edildiğinde akışkan yoğunluk dalgalanmalarından etkilenmez; bu durumda "zorlamalı konveksiyon" olayı vardır. Isıtılan bir borudan akan akışkana ısı aktarılması bu tür bir konveksiyondur. Aynı akışkan içinde iki tip kuvvet peşpeşe etkili olabileceğinden, doğal ve zorlamalı konveksiyon birarada bulunabilir.

c. Radyasyonla Isı Transferi

Radyasyon, elektromagnetik dalgalarla uzaydan transfer edilen enerjiye verilen isimdir. Radyasyon, uzayda boşluktan geçerse ısıya veya başka bir enerji şekline dönüşmez ve yolunu değiştirmez; oysa yolu üzerinde bazı maddeler bulunduğunda bir kısmı bu maddelerden geçer, bir kısmı ise absorblanır veya yansır. Isı şeklinde açığa çıkan sadece absorblanan enerjidir ve dönüşüm kantitatiftir. Örneğin, ergimiş kuvartza çarpan radyasyonun tamamı geçer; parlatılmış opak bir yüzey veya bir ayna, gelen radyasyonun hemen hepsini yansıtır; siyah veya mat bir yüzey ise radyasyonun çoğunu absorblayarak kantitatif olarak ısıya çevirir.

Monoatomik ve diatomik gazlardan ısı akışı hem radyasyonla ve hem de kondüksiyon-konveksiyonla olur; fırınlarda ve gas ile ısıtılan diğer cihazlardaki ısı transferlerinde olduğu gibi. Çok genel anlamda, radyasyonun yüksek sıcaklıklarda önemli olduğu ve akışkanın akışından etkilenmediği söylenebilir; oysa, kondüksiyon-konveksiyon ile transfer akış koşullarına bağlıdır, fakat sıcaklık seviyesinden etkilenmez.

Kondüksiyonla iletim, homojen katılardaki ısı akışı ile incelenebilir; bu tip modellerde konveksiyonla ve radyasyonla ısı transferi yok gibidir. Konuyu anlayabilmek için önce "genel iletim kanununun, sonra katının sıcaklığının zaman içinde değişmediği "yatışkın (kararlı)-hal ısı iletim"in, ve sıcaklığın zamanla değiştiği bazı "yatışkın olmayan-hal iletimler"in öğrenilmesi gerekir.

Fourier Kanunu

Kondüksiyonla ısı akışının temel denklemi, izotermal bir yüzeyden geçen ısı akış hızı ve yüzeydeki sıcaklık dalgalanmaları arasındaki orantı ile verilir; A = izotermal yüzeyin alanı, q= yüzeye normal yöndeki ısı akış hızı, T = sıcaklık, n = ölçülen mesafe (yüzeye dik doğrultuda); k = orantı sabiti olduğuna gör e,

$$\frac{dq}{dA} = -k\frac{\partial T}{\partial n} \qquad (1)$$

Eşitlikteki kısmi türev, sıcaklığın hem konum ile ve hem de zamanla değiştiğini belirtir. Negatif işaret, ısı akışının sıcaktan soğuk tarafa doğru ve ısı dalgalanmasının ısı akışı ile zıt işaretli olduğunu gösterir.

A alanı ısı akışına dik bir yüzeydir; n ise A alanına dik doğrultuda ölçülen yolun uzunluğunu gösterir. Denklem(1), izotermal bir yüzeyden geçen ısı akışı için özel olmasına rağmen, herhangi bir yüzeyden geçen ısı akışı için de uygulanabilir. Bu durumda, A yüzeyin alanı, n de alana dik olan yol uzunluğudur.

Fourier Kanununun bu şekilde genişletilmesi, ısının düz hatlar yerine eğriler boyunca aktığı iki- veya üç- boyutlu akımların incelenmesine olanak vermiştir. Bir-boyutlu akışta normallerle gösterilen ısı akış yönü doğrusaldır. Bir-boyutlu ısı akışı, bir-boyutlu mayi akışına benzer ve geçilen yolu ölçmek için sadece bir doğrusal koordinat yeterlidir.

Bir-boyutlu ısı akışını Şekil-1'deki düz bir fırın duvarı örneğinde inceleyelim. Başlangıçta duvarın sıcaklığı, hava ile dengede olduğundan 25-26 ^{0}C dir. Duvardaki sıcaklık dağılımı I çizgisi ile gösterilmiştir. Denge sıcaklığında T, zaman ve konuma bağlı değildir.

Duvarın bir tarafı 650 ^{0}C deki fırın gazları ile aniden temas ettiğinde gaz ve duvar arasındaki ısı akışına karşı herhangi bir direnç olmadığı durumda, duvarın sıcak gazla temas eden tarafı kısa bir zaman içinde 650 ^{0}C ye ısınır ve ısı akışı başlar. Bir süre sonra sıcaklık dağılımı, II ile gösterilen bir eğri boyunca ilerler ve C ile gösterilen bir noktanın sıcaklığı artar; bu durumda T, hem zamana ve hem de konuma bağlıdır. Bu prosese yatışkın olmayan-hal iletimi denir ve Denklem(1) şekildeki her noktaya her zaman diliminde uygulanabilir. Duvarın yeteri kadar uzun bir zaman sürecinde sıcak gaz ve soğuk hava ile temasta olması durumunda, sıcaklık dağılımı III çizgisiyle gösterilen şekli alır; bu dağılım zamanın uzamasıyla artık değişmez. Sabit sıcaklık dağılımındaki kondüksiyona yatışkın-hal kondüksiyonu veya iletimi denir.

Yatışkın halde T sıcaklığı sadece konuma bağlıdır ve herhangi bir noktadaki ısı akış hızı sabittir. Yatışkın-hal bir-boyutlu akış için Denklem(1) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dn} \qquad (2)$$

Isıl İletkenlik (Termal Kondüktivite)

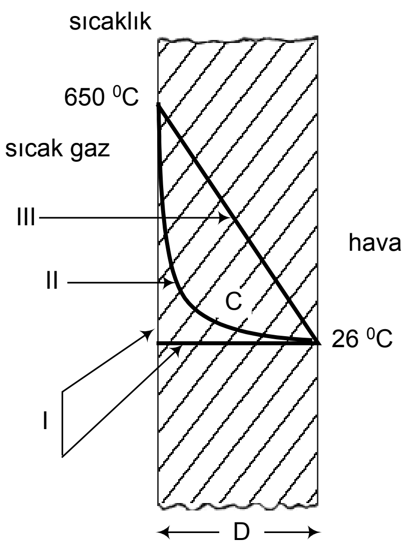
Denklem(2) deki orantı sabiti k, maddenin fiziksel bir özelliğini tanımlar ve ısıl iletkenlik olarak bilinir.

Fourier Kanunu, k nın sıcaklık dalgalanmalarına bağlı olmadığını, fakat sıcaklığa bağlı olduğunu gösterir. Yapılan deneyler geniş bir sıcaklık dalgalanması aralığında k nın değişmediğini göstermiştir; ancak bu sonuç poröz (gözenekli) katıları kapsamaz. Poröz katılarda toplam ısı akışının önemli bir kısmını oluşturan tanecikler arasındaki radyasyon, doğrusal bir ısı kanununa uymaz, k sıcaklığa bağlıdır, fakat bu bağımlılık dar bir sıcaklık aralığında sabit kabul edilebilecek düzeydedir. Sıcaklık aralığı geniş ise, ısıl iletkenliğin T ile değişimi doğrusaldır.

$$k = a + bT \qquad (3)$$

a ve b deneysel sabitlerdir. Şekil-1 deki III doğrusu, k değeri sabit olan (b = 0 dır) bir katıyı gösterir; k sıcaklığa bağlı olduğunda bu doğru bir eğri şeklini alır.

Isıl iletkenlik değerleri maddeye göre değişir; metaller için en yüksek, toz maddeler için en düşük değerdedir.



Şekil-1: Fırın duvarlarının kararsız-hal ısınmasındaki sıcaklık dağılımları; duvarın,
I. yüksek sıcaklıkla karşılaştığı ilk an,
II. T zamanı süresince ısınması,
III. yatışkın hale geldiği zaman.

Tablo-1: Bazı Metallerin Isıl iletkenlikleri; k(a), Btu/ft.sa.^{0}F

Metal	T = 0 ^{0}C	T = 17.8 ^{0}C	T = 100 ^{0}C
Aluminyum	117		119
Pirinç (%70 Cu + %30 Zn)	56		60
Bakır (saf)	224		218
Altın		169.0	170.0
Demir (dökme)	32		30
Kurşun		34.9	34.6
Magnezyum	20		19
Civa (sıvı)	4.8		
Nikel	36		34
Platin		40.2	41.9
Gümüş	242		238
Çelik (yumuşak)			26
Çelik (%1 C)		26.2	25.9
Çelik (paslanmaz, 304)			9.4
Çelik (paslanmaz, 316)			9.4
Çelik (paslanmaz, 347)			9.3
Kalay	36		34
Çinko	65		64

(a) Btu/ft.sa.^{0}F = 14.88 cal/cm.sa.^{0}C; 1 Btu = 252 cal (kalori)

Gümüşün ısıl iletkenliği 3571 cal/cm.sa.^{0}C (240 Btu/ft sa.^{0}F) tır. k değeri düşük olan katılar izolasyonların yapımında kullanılır; bunlarda ısı akışının minimum olması istenir. Polistiren köpük gibi poröz izolasyon malzemeleri havayı hapsederek ısı konveksiyonunu önlerler. Bunların k değeri havanınkine yakındır. Tablo-1'de bazı metallerin ısıl iletkenlikleri verilmiştir.

a. Yatışkın Hal Isı İletimi

Yatışkın-hal ısı iletimi en basit olarak, Şekil-1'de görülen kalın bir duvar dilimi ile açıklanır, k'nın sıcaklığa bağlı olmadığını ve duvar alanının kalınlığı ile kıyaslanamayacak kadar büyük olduğunu kabul edelim; bu durumda dilimin kenarlarından olan ısı kaybı ihmal edilebilir düzeydedir. Isı akışı duvara diktir.

Yatışkın-hal olduğundan, dilim içinde ısı toplanması veya azalması yoktur ve ısının akış yolu boyunca q sabittir. Sıcak taraftan olan mesafe x ile gösterilirse, Denklem(2) aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dx} \quad \text{veya,}$$

$$dT = -\frac{q}{kA}dx \tag{4}$$

Denklemdeki değişkenler x ve T olduğundan, doğrudan integrasyon,

$$\frac{q}{A} = k\frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} = k\frac{\Delta T}{B} \tag{5}$$

şeklindedir. $x_2 - x_1 = B$ dilimin kalınlığı,dilimin iki tarafı arasındaki,

$T_1 - T_2 = \Delta T$ sıcaklık düşmesidir.

Isıl iletkenlik k sıcaklıkla doğrusal olarak değiştiğinde bile (Denklem-3), k yerine k A/B (ortalama) alınarak Denklem(5) uygulanabilir; ortalama değer, T_1 ve T_2 sıcaklıklarındaki iki yüzeyin k değerinin aritmetik ortalaması alınarak veya sıcaklıklarının aritmetik ortalaması ile k değerlerinden hesaplanarak bulunur. Denklem_(5), 1 ve 2 noktaları arasında katının ısıl direnci R ise aşağıdaki şekli alır (R = B / kA)

$$q = \frac{\Delta T}{R} \tag{6}$$

q hız, ΔT itici güçtür (yürütme kuvveti). Bir direncin tersi iletkenliktir; ısı iletiminde k = A/B dir. Direnç ve iletkenlik, k ya ve malzemenin boyutlarına bağlıdır.

ÖRNEK

Düz bir duvarın ısıl izolasyonu için 15 cm kalınlığında pulverize mantar kullanılmıştır. Mantarın soğuk tarafının sıcaklığı 4 ^{0}C, sıcak tarafının 80°C, ısıl iletkenliği 0 ^{0}C'de 0.313, 93 ^{0}C'de 0.476 cal/cm.sa.^{0}C'dır. Duvarın alanı 2.32 m^2 olduğuna göre, duvardan ısı akış hızı kaç cal/sa, kaç Btu/sa'dir? (1 Btu = 252 cal)

Çözüm:

Mantar tabakanın ortalama sıcaklığı T_{ort} = (80 + 4)/2 = 42 ^{0}C dir; ısıl iletkenliğin 42 ^{0}C deki değeri (**k**),

$$\mathbf{k} = k_1 + \frac{(T_{ort} - T_{k1})\ (k_2 - k_1)}{T_{k2} - T_{k1}}$$

$$\mathbf{k} = 0.313 + \frac{(42 - 0)\ (0.476 - 0.313)}{93 - 0} = 0.3866\ \text{cal/cm.sa.}^0\text{C}$$

$$\frac{q}{A} = \mathbf{k}\frac{(T_1 - T_2)}{x_2 - x_1} = \mathbf{k}\frac{\Delta T}{B}$$

$$q = \frac{\mathbf{k} \times A \times \Delta T}{B}$$

$$q = \frac{0.3866 \times 2.32 \times 10^4 \times (80 - 4)}{15} = \frac{45443}{252} = 180\ \text{Btu/sa}$$

Seri Birleşik Direnç

Şekil-2'deki gibi A, B, C tabakalarından meydana gelen düz bir duyar düşünelim. Tabakaların kalınlığı, sırasıyla B_A; B_B; B_C; ortalama iletkenlikler $\mathbf{k_A}$, $\mathbf{k_B}$, $\mathbf{k_C}$ ve duvarın ısı transfer alanı A olsun; A, B, C tabakalarından ısı düşüşleri ΔT_A, ΔT_B, ΔT_C ile gösterilsin. Tabakalar birbiri ile tam bir ısıl temastadır ve yüzeyleri arasında sıcaklık farkı yoktur. Tüm duvar boyunca olan toplam sıcaklık düşüşü ΔT aşağıdaki ifade ile verilir.

$$\Delta T = \Delta T_A + \Delta T_B + \Delta T_C \qquad (7)$$

Her tabakanın kendine özgü bir direnci vardır. Bunlardan akan ısı akış hızı ile, toplam sıcaklık farkı AT/duvarın toplam direnci olarak tarif edilen ısı akış hızının denklemlerini çıkaralım.

Denkiem(5), k yerine, **k** kullanılarak her tabaka için ayrı ayrı yazılır.

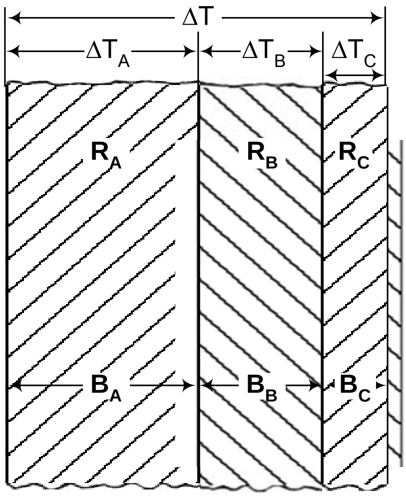
$$\Delta T_A = q_A \frac{B_A}{\mathbf{k_A}\, A} \qquad \Delta T_B = q_B \frac{B_B}{\mathbf{k_B}\, A} \qquad \Delta T_C = q_C \frac{B_C}{\mathbf{k_C}\, A} \qquad (8)$$

$$\Delta T_A + \Delta T_B + \Delta T_C = \frac{q_A\, B_A \quad q_B\, B_B \quad q_C\, B_C}{A\, \mathbf{k}_A \quad A\, \mathbf{k}_B \quad A\, \mathbf{k_C}}$$

ısı akışı kararlı olduğundan, birinci dirençten geçen miktar ikinci ve üçüncüden de değişmeden geçmelidir; q_A, q_B, q_C birbirine eşittir ve q ile gösterilebilir.

$$q = \frac{\Delta T}{B_A / \mathbf{k_A}\, A + B_B / \mathbf{k_B}\, A + B_C / \mathbf{k_C}\, A} = \frac{\Delta T}{R_A + R_B + R_C} = \frac{\Delta T}{R} \qquad (9)$$

R_A, R_B, R_C tabakaların (A, B, C), R duvarın direncidir. Denklem(9) bir seri tabakadan akan ısıya karşı direncin, tabakaların dirençleri toplamına eşit olduğunu gösterir.



Şekil-2: Seri ısıl dirençler; ΔT: sıcaklık farkı (düşmesi)

Bir iletkenden ısı akışı ile, kararlı elektrik akışı arasında yakın bir benzerlik vardır. Elektriğin akışındaki potansiyel faktör elektromotor kuvvettir ve akış hızı kulon/saniye veya amperdir.

ısı akış hızı, $$\text{hız} = \frac{\text{sıcaklık düşmesi}}{\text{direnç}}$$

elektrik akış hızı, $$\text{amper} = \frac{\text{volt}}{\text{direnç}}$$

Isının seri haldeki bir dizi dirençten akış hızı, elektrik dirençlerinden akan akıma benzer. Bir elektrik devresindeki dirençlerden herhangi birindeki potansiyel düşmesinin devredeki potansiyel düşmesine oranı, o direncin toplam dirence oranına eşittir. Aynı şekilde, ısıl bir devredeki potansiyel düşmelerinin (ki bunlar sıcaklık farklılıklarıdır) toplam sıcaklık düşmesine oranı, herbir ısıl direncin toplam ısıl dirence oranına eşittir. Bu yorum aşağıdaki matematiksel eşitliklerle gösterilir.

$$\frac{\Delta T}{R} = \frac{\Delta T_A}{R_A} = \frac{\Delta T_B}{R_B} = \frac{\Delta T_C}{R_C} \qquad (10)$$

ÖRNEK

Düz bir fırın duvarı, ısıl iletkenliği 1.190 cal/cm.sa.^{0}C olan 11.5 cm kalınlığında sil-o-cell tuğla tabakasıyla kaplanmıştır. Bu tabakanın üzerine, ısıl iletkenliği 11.90 cal/cm sa.^{0}C olan normal tuğladan 23 cm lik bir tabaka kaplanmıştır. Duvarın iç yüzünün sıcaklığı 760 ^{0}C, dış yüzü 77 ^{0}C dir.

(a) Duvardan ısı kaybı kaç cal/sa tir?

(b) Sil-o-cell tuğla ile normal tuğla arasındaki yüzeyin sıcaklığı kaç ^{0}C dir? (c) İki tuğla arasındaki temas iyi değilse ve temas direnci 0.001 ^{0}C.sa/cal ise, ısı kaybı ne kadarsır? Duvarın alanı 930 cm^2 dir.

Çözüm:

(a) Sil-o celi tabakanın (R_A) ve normal tuğla tabakanın (R_B) ısıl dirençleri,

$$R_A = \frac{B_A}{\mathbf{k_A}\, A} = \frac{11.5}{1.190 \times 930} = 0.010\ ^0\text{C.sa/cal}$$

$$R_B = \frac{B_B}{\mathbf{k_B}\, A} = \frac{23}{1.190 \times 930} = 0.020\ ^0\text{C.sa/cal}$$

Toplam direnç R,

$$R = R_A + R_B = 0.010 + 0.002 = 0.012\ ^0\text{C.sa/cal}$$

Toplam sıcaklık düşmesi ΔT,

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 760 - 77 = 683\ ^0\text{C}$$

930 cm^2 duvardan ısı kaybı (Denklem-9 ile hesaplanır),

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{683}{0.012} = 56916\ \text{cal/sa}$$

(b) Bir serideki dirençlerden birindeki sıcaklık düşmesinin bu dirence oranı, toplam sıcaklık düşmesinin toplam dirence oranına eşittir.

$$\frac{\Delta T_A}{R_A} = \frac{\Delta T}{R} \qquad \frac{\Delta T_A}{0.010} = \frac{683}{0.012}$$

$$\Delta T_A = 568\ ^0\text{C}$$

İki tuğla yüzeyi arasındaki sıcaklık farkı 760 – 568 = 192 ^{0}C dir.

(c) Toplam direnç, bu koşullarda , temas direncini de içerir.

$$R = R_A + R_B + R_{temas} = 0.010 + 0.002 + 0.001 = 0.013\ ^0C.sa/cal$$

$A = 930\ cm^2$ den ısı kaybı q,

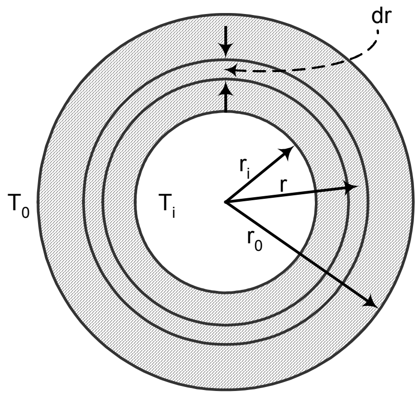
$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{683}{0.013} = 52538\ cal/sa$$

Isının Bir Silindirden Akışı

Şekil-3'deki gibi içi boş bir silindir düşünelim. Silindirin iç yarıçapı n dış yarıçapı ro ve uzunluğu L olsun. Silindirin yapıldığı malzemenin ısıl iletkenliği **k** dır. Dış yüzey T_0, iç yüzey T_i sıcaklığındadır. Bu koşullar altında yarıçap doğrultusunda dışarıya ısı akış hızını hesaplayalım.

$$\frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dn}$$

$$q = -k\frac{dT}{dr}2\pi r L \qquad (11)$$



Şekil-3: Kalın duvarlı silindirden ısı akışı

Ana silindirin içinde yarı çapı r_i ve r_0 arasında bir r değerinde olan çok ince bir silindir bulunsun. Bu silindirin duvar kalınlığı dr dir; dr, d ye göre yeteri kadar küçükse ısı akışı çizgileri paralel kabul edilebilir ve Denklem(2) aşağıdaki şekilde yazılır.

Alan ısı akışına dik olduğundan 2 π r L ye eşittir ve Denklem(2)de dn = dr dir. Bu eşitliğin yeniden düzenlenip limitler arasında integrasyonu ile q ifadesi çıkarılır.

$$\int_{r_i}^{r_0} \frac{dr}{r} = \frac{2\pi L k}{q} \int_{T_0}^{T_i} dT$$

$$\ln r_0 - \ln r_1 = \frac{2\pi L k}{q} (T_i - T_0)$$

$$q = \frac{k (2\pi L)(T_i - T_0)}{\ln (r_0 / r_i)} \qquad (12)$$

Denklem(12), kalın duvarlı bir silindirden akan ısıyı hesaplamakta kullanılır. Eşitlik, ısı akış hızı aşağıdaki şekilde yazıldığında daha kullanışlı bir hale dönüşür.

$$q = \frac{k \mathbf{A_L} (T_i - T_0)}{r_0 - r_i} \qquad (13)$$

Bu eşitlik, düz bir duvardan akan ısı için verilen Denklem(5) gibi genel bir denklemdir; farkı $\mathbf{A}_L$ terimidir. Eşitliğin doğru olması için $\mathbf{A}_L$ nin doğru saptanması gerekir. $\mathbf{A}_L$ terimi Denklem(12) ve (13) ün sağ tarafları birbirine eşitlenerek bulunur.

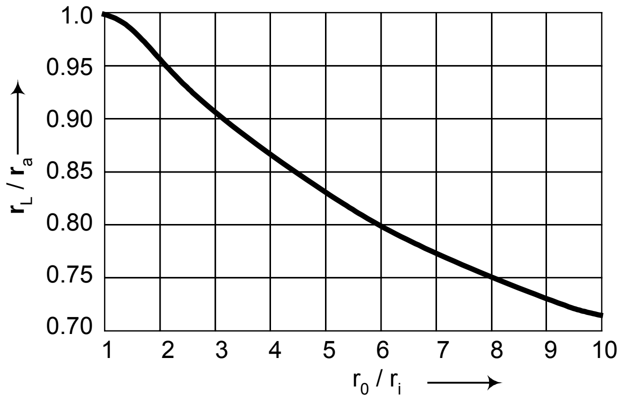
$$\frac{k (2\pi L)(T_i - T_0)}{\ln (r_0 / r_i)} = \frac{k \mathbf{A_L} (T_i - T_0)}{r_0 - r_i}$$

$$\mathbf{A_L} = \frac{2\pi L (r_0 - r_i)}{\ln (r_0 / r_i)} \qquad (14)$$

$\mathbf{A}_L$, uzunluğu L ve yarı çapı $\mathbf{r_L}$ olan bir silindirin alanıdır, $\mathbf{r}_L$,

$$\mathbf{r_L} = \frac{r_0 - r_i}{\ln (r_0 / r_i)} = \frac{r_0 - r_i}{2.303 \log (r_0 / r_i)} \qquad (15)$$

Denklem(15)in sağ tarafındaki ifade kolayca hatırlanabilir, $\mathbf{r}_L$ ye logaritmik ortalama yarı çap denir. Logaritmik ortalama, aritmetik ortalamaya göre daha az kullanışlıdır, r_0/r_i = 1 olduğunda, aritmetik ortalama alınması önemli bir hataya yol açmaz. Logaritmik ortalama $\mathbf{r}_L$ nin, aritmetik ortalama $\mathbf{r}_a$ ya oranı r_0/r_i nin bir fonksiyonudur. Şekil-4'e göre r_0/r_i = 2 olduğunda, $\mathbf{r}_L$ = 0.96 $\mathbf{r}_a$ dır ve aritmetik ortalama kullanıldığında yapılan hata %4 tür; r_0/r_i = 1.4 olursa, hata %1 e düşer.



Şekil-4: Logaritmik ve aritmetik ortalamalar arasındaki ilişki

ÖRNEK

Dış çapı 6.4 cm olan bir tüpün üzerine, 5 cm kalınlığında asbestos(A) (k_A = 1.786 cal/cm.sa.^{0}C) ve 4 cm kalınlığında mantar(B) (k_B = 0.446 cal/cm. sa.^{0}C) tabaka kaplanmıştır. Tüpün dış yüzeyi 143 ^{0}C ve mantarın dış yüzeyi 32 ^{0}C olduğuna göre, ısı kaybı kaç cal/cm.sa tir?

Çözüm:

Tabakaların kalınlıkları fazla olduğundan logaritmik ortalama kullanılmalıdır.

$$\mathbf{r_L} = \frac{r_0 - r_i}{2.303 \log (r_0 / r_i)} \qquad (15)$$

Asbest tabaka için:

r_0 = 6.4/2 + 5 = 8.2 cm, r_i = 6.4/2 = 3.2 cm

$$\mathbf{r_L} = \frac{8.2 - 3.2}{2.303 \log (8.2 / 3.2)} = \frac{5.0}{2.303 \log 2.56} = 5.3 \text{ cm}$$

Mantar tabaka için: r_0 = 6.4/2 + 5 + 4 = 12.2 cm, r_i = 6.4/2 + 5 = 8.2 cm

$$\mathbf{r_L} = \frac{12.2 - 8.2}{2.303 \log (12.2 / 8.2)} = \frac{4.0}{2.303 \log 0.172} = 10 \text{ cm}$$

Asbest A, mantar B ile gösterildiğine göre, dirençleri R_A, R_B dir.

$$R_A = \frac{x_A}{k_A \mathbf{A}_A} = \frac{5}{1.786 \times 2\,\pi \times 5.3 \times L} = \frac{0.089}{L}$$

$$R_B = \frac{x_B}{k_B \mathbf{A}_B} = \frac{4}{0.446 \times 2\,\pi \times 10 \times L} = \frac{0.143}{L}$$

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{T_2 - T_1}{R_A + R_B} = \frac{T_2 - T_1}{0.089 / L + 0.143 / L}$$

$$\frac{q}{L} = \frac{143 - 32}{0.089 + 0.143} = 478 \text{ cal/cm.sa}$$

b. Yatışkın Olmayan - Hal Isı İletimi

Yatışkın olmayan-hal ısı iletimi geniş bir konu olup sadece bir-boyutlu iletim eşitliği incelenecektir. Yorumlarda k'nın sıcaklığa bağlı olmadığı kabul ediliyor.

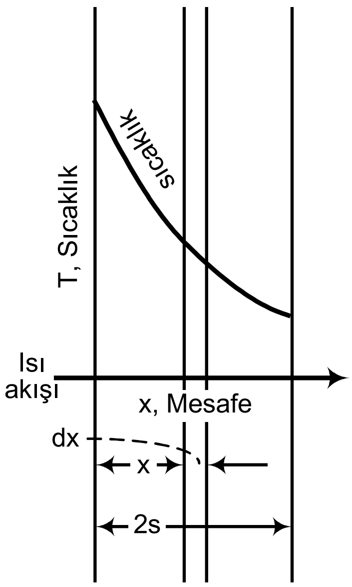
Şekil-5'deki gibi bir malzeme dilimi düşünelim. Dilimin sıcak tarafından x uzaklıkta dx kalınlığındaki ince bir dilim parçasını inceleyelim. Parçanın iki tarafı izotermal yüzeylerdir. Herhangi bir anda x te sıcaklık dalgalanması $\partial T/\partial x$, dt zaman aralığında ısı girişi – k A (∂T / ∂x) dt dir; A dilimin alanı (ısı akışına dik), k ısıl iletkenliğidir. (x + dx) mesafesindeki sıcaklık dalgalanması, x dekinden daha büyüktür.

Dilimin x mesafesinden ısı girişi ile, (x + dx) den olan ısı çıkışı arasındaki fark, dx tabakasında toplanan ısı miktarıdır ve, k A ($\partial^2 T$ / ∂x^2) dx dt ye eşittir. Isı toplanması, dx in sıcaklığını yükseltir. Isı dengesi, öz ısı c_p ve yoğunluk ρ ile gösterildiğinde,

$$k\,A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx\, dt = \rho\, c_p\, A\, dx \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

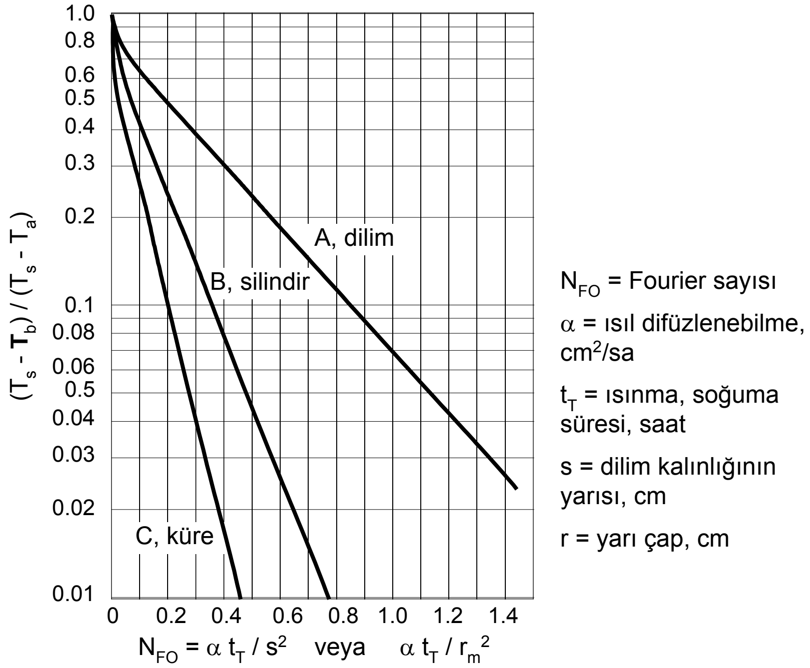
veya, $\rho\, c_p$ A dx dt ile bölünerek,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho\, c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (16)$$



Şekil-.5: Katı dilimde yatışkın olmayan-hal iletimi bulunur. Bu eşitlikteki α(cm^2/sa) katının "ısıl difüzlenebilmesi (yayınırlık)" dir ve maddeye özgü bir özelliktir.

Yatışkın olmayan-hal iletim denklemi (Denklem-16), malzemenin biçimine göre farklı şekillerde çözülür. Her malzeme için yüzeyin sabit ortalama sıcaklığının (T_s), başlangıç sıcaklığının (T_a), tr zamanındaki ortalama sıcaklığının (**T_b**) ve Fourıer sayısının bilinmesi gerekir; Fourier sayısı malzemenin tabaka, küre veya silindir şeklinde oluşuna göre değişir. Denklem (16) nın çözümüyle elde edilen (T_s – **T_b**) /(T_s – T_a) değerlerinin, Fourier sayısına göre değişim eğrileri Şekil-6'da görülmektedir. Şekildeki ordinat (T_s – **T_b**) / (T_s – T_a), "tamamlanmamış sıcaklık değişikliğini gösterir.



Şekil-6: Yatışkın olmayan hal ısınma veya soğuma sırasındaki ortalama sıcaklıklar

Katılar bazan o şekilde ısıtılır ki, sıcaklık değişikliği katının sadece bir yüzeyi yakınında meydana gelir Böyle bir durumda Denklem(16)nın integrasyonu ile elde edilen

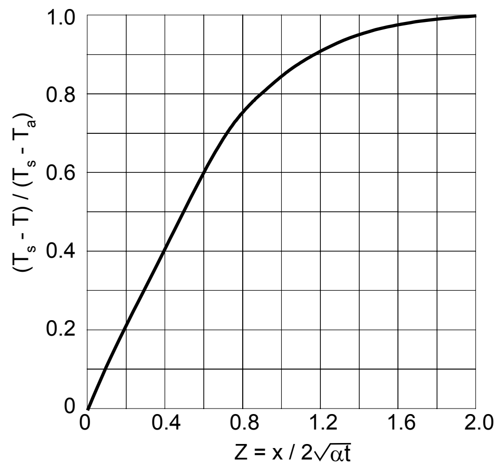
$$\frac{T_s - T}{T_s - T_a} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z2}\, dz$$

eşitliği uygulanır. Burada,

$Z = x / 2\sqrt{\alpha t}$ (birimsiz), α = ısıl difüzlenme (cm^2/sa),

x = yüzeyden uzaklık (cm), t = yüzey sıcaklığındaki değişiklikten itibaren geçen zamandır(sa).

Bu eşitlikteki $(T_s$-T) / $(T_S$-Ta) oranı $Z = x / 2\sqrt{\alpha t}$ ye karşı grafiğe alındığında, Şekil-7'deki eğri elde edilir. Eşitlik, yüzey sıcaklığı değiştikten sonra herhangi bir zamanda, katının tüm noktalarında sıcaklığın değiştiğini gösterir.



Şekil-7: Bir katının kararsız hal ısınma veya soğuması

ÖRNEK

Sıcaklığı 21 ^{0}C ve kalınlığı 2.54 cm olan düz bir plastik dilim 120 ^{0}C deki iki levha arasına konuluyor,

(a) Dilimin 99 ^{0}C ortalama sıcaklığa gelmesi için ne kadar zamana gereksinim vardır?

(b) Bu süre içinde plastiğin 1 cm^2 sine tansfer edilen ısı kaç kaloridir?

Plastiğin yoğunluğu 0.899 g/cm^3, ısıl iletkenliği 1.116 $cal/cm.sa.^0C$, öz ısısı 0.40 $cal/g.^0C$ dir.

Çözüm:

$k = 1.116\ cal/cm.sa.^0C$ $\rho = 0.899\ g/cm^3$ $c_p = 0.40\ cal/g.^0C$

$s = 1.27\ cm$ $T_a = 21\ ^0C$ $\mathbf{T_b} = 99\ ^0C$ N_{FO} = Fourier sayısı

(a) Dilimin $\mathbf{T_b}$ = 99 °C ye gelmesi için gereken zaman t_T = ?

$$\frac{T_s - \mathbf{T_b}}{T_s - T_a} = \frac{120 - 99}{120 - 21} = 0.21$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho\ c_p} = \frac{1.116}{0.899 \times 0.40} = 3.10\ cm^2/sa$$

Şekil-6'dan sıcaklık farkı oranı 0.21 için, N_{FO} = 0.5 tir. Buna göre,

$$N_{FO} = \frac{\alpha\ t_T}{s^2} = \frac{3.10 \times t_T}{(1.27)^2} = 0.5$$

$$t_T = \frac{0.5 \times (1.27)^2}{3.10} = 0.26\ sa$$

(b) 1 cm^2 plastiğe transfer edilen ısı, Q_T / A = ?

$$\frac{Q_T}{A} = 2\ s\ \rho\ c_p\ (\mathbf{T_b} - T_a)$$

$$\frac{Q_T}{A} = 2 \times 1.27 \times 0.899 \times 0.40\ (99 - 21) = 72\ cal/cm^2$$

ÖRNEK

Ani bir soğuk dalgası atmosfer sıcaklığını 12 saat süreyle -23 ^0C ye düşürmüştür,

(a) Zemin başlangıçta 4.5 ^0C ise, bir su borusunun donmaması için kaç cm derinliğe gömülmesi gerekir?

(b) Bu koşullarda giricilik mesafesi ne kadardır? Toprağın ısıl difüzlemesi 11.15 cm^2/sa tir.

Çözüm:

T_s = - 23 ^{0}C, T_a = 4.5 ^{0}C, T = 0 ^{0}C

t = 12 sa, α = 11.15 cm^2/sa

(a) Yeryüzünün çok çabuk –23 ^{0}C ye düştüğü ve bu sıcaklıkta kaldığı kabul edilsin. Su borusu 0 ^{0}C iken donma tehlikesi yoktur.

$$\frac{T_s - \mathbf{T}_b}{T_s - T_a} = \frac{-23 - 0}{-23 - 4.5} = 0.84$$

Şekil-7'de, 0.84 değerinin karşılığı Z = 1.00 dir.

$$Z = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} = \frac{x}{2\sqrt{11.15 \times 12}} = 1.00$$

$$x = 1.00 \times 2\sqrt{11.15 \times 12} = 23 \text{ cm}$$

(b) Şekil-7'deki eğride (T_s –T) / (T_s – T_a) = 0.99 olduğunda, Z = 1.82 değerine ulaşmaktadır. Bu noktada x, x_p giricilik mesafesine eşittir, x = x_p. Buna göre,

$$Z = 1.82 = \frac{x_p}{2\sqrt{\alpha t}} \qquad Z = 3.64\sqrt{\alpha t}$$

$$x_p = 1.82 \times 2\sqrt{11.15 \times 12} = 42.1 \text{ cm}$$